**Лабораторная работа № 3**

***Тема***: «**Выполнение операций над числами в естественной и нормальной формах**»

***Цель работы***:

* изучить виды машинных кодов;
* изучить приемы записи в обратном и дополнительном кодах;
* изучить правила сложения чисел в обратном и дополнительном кодах;
* научиться применять полученные знания при решении заданий;
* изучить формы представления чисел в ЭВМ;
* изучить правила сложения и умножения чисел с фиксированной и плавающей точкой;
* научиться применять полученные знания при решении заданий.

***Оборудование***:

* 1. методические указания;
  2. индивидуальные задания.

**Методические указания**

**Представление чисел со знаками**

***Знак плюс изображается цифрой 0, знак минус - цифрой 1, а цифра, изображающая знак всегда записывается самой первой в записи числа.***

Так, код 011101, согласно этим правилам, изображает положительное (самая левая цифра - 0) двоичное число 11101.

При выполнении арифметических операций в ЭВМ применяют ***прямой, обратный*** и ***дополнительный*** коды чисел.

***Прямой код*** двоичного числа – это само двоичное число, в котором все цифры, изображающие его значение, записываются как в математической записи, а знак числа записывается двоичной цифрой.

**Примеры.**

**Число Код**

1. +1101 (+13) 0000 1101 (В примерах коды изображаются восемью цифрами)
2. +1011101 (+93) 0101 1101
3. 1101 (-13) 1000 1101

***Обратный код*** положительного числа совпадает с прямым, а при записи отрицательного числа все его цифры, кроме цифры, изображающей знак заменяются на противоположные (0 – на 1,а 1 – на 0).

**Примеры.**

**Число Κод**

1. +1101 (+13) 0000 1101 (В примерах коды изображаются восемью цифрами)
2. +1011101 (+93) 0101 1101
3. 1101 (-13) 1111 0010

***Дополнительный код*** положительного числа совпадает с прямым, а код отрицательного числа образуется как результат увеличения на 1 его обратного кода.

**Примеры.**

Число -> - 101101

Прямой код -> 1101101

Обратный код -> 1010010

+1

Дополнительный -> 1010011

**Примеры.**

**Число Κод**

1. +1101 (+13) 0000 1101 (В примерах коды изображаются восемью цифрами)
2. +1011101 (+93) 0101 1101
3. 1101 (-13) 1111 0011

***Иначе***

***Для положительного числа прямой, обратный и дополнительный коды совпадают с двоичным представлением этого числа.***

***Для отрицательного числа его***

***- прямой код совпадает с двоичным представлением числа (в знаковом разряде 1);***

***- обратный код получается инвертированием значений всех разрядов, кроме знакового;***

***- дополнительный код получается путём прибавления 1 к младшему разряду обратного кода.***

### Сложение и вычитание чисел

При сложении чисел в дополнительном коде единица переноса из старшего разряда игнорируется (теряется), а в обратном коде эту единицу надо прибавить к младшему разряду результата.

Пример 1. Сложить числа +12 и -5.

а) **В обратном коде**

десятичная форма -> +12 -5

Двоичная форма -> +1100 -101

Прямой код -> 00001100 10000101

Обратный код -> 00001100 11111010

Выполним сложение в столбик:

0 0 0 0 1 1 0 0

1 1 1 1 1 0 1 0

===============

(1) 0 0 0 0 0 1 1 0

+ 1 (Добавление 1 переноса)

==============

0 0 0 0 0 1 1 1

Итак, результат в обратном коде = 00000111.

Поскольку знаковый разряд равен 0, результат положительный, и, следовательно, запись кода числа совпадает с записью прямого кода. Теперь можно восстановить алгебраическую запись результата. Он равен +111 (незначащие нули отброшены), или в десятичной форме +7.

Проверка (+12-5=+7) показывает, что результат верный.

а) **В дополнительном коде**

Десятичная форма -> +12 -5

Двоичная форма -> +1100 -101

Прямой код -> 00001100 10000101

Обратный код -> 00001100 11111010

+1

Дополнительный код -> 00001100 11111011

Выполним сложение в столбик:

0 0 0 0 1 1 0 0

1 1 1 1 1 0 1 1

============

(1) 0 0 0 0 0 1 1 1

(Перенос игнорируется)

Итак, результат в дополнительном коде = 00000111.

Поскольку знаковый разряд равен 0, результат положительный, и, следовательно, запись кода числа совпадает с записью прямого кода. Теперь можно восстановить алгебраическую запись результата. Он равен +111 (незначащие нули отброшены), или в десятичной форме +7.

Проверка (+12-5=+7) показывает, что результат верный.

**Задача 1**

Запишите прямой, обратный и дополнительный коды следующих двоичных чисел:

1. 100100;
2. -100011;
3. -100100.

Будем считать, что число размещается в двух байтах. Старший бит – знак разряда. Незначащие нули добавляются слева от числа

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| число | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
| 100100 | 00100100 | 00100100 | 00100100 |
| -100011 | 10100011 | 11011100 | 11011101 |
| -100100 | 10100100 | 11011011 | 11011100 |

**Задача 2.**

Вычислить 25-37.

Решение

Заменим операцию вычитания операцией сложения с отрицательным числом:

25 – 37 = 25+(-37)

Переведём десятичные числа в двоичную систему счисления:

2510 = 110012; 3710 = 1001012.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| число | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
| +25 | 0 0011001 | 0 0011001 | 0 0011001 |
| -37 | 1 0100101 | 1 1011010 | 1 1011011 |

Сложим все разряды дополнительных кодов, получим дополнительный код результата:

+ 00011001

11011011

11110100

Преобразуем дополнительный код в прямой:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Дополнительный код | Обратный код | Прямой код | Число |
| 1 1110100 | 1 1110011 | 1 0001100 | -12 |

**Представление чисел:**

В современных ЭВМ приняты две формы представления чисел с фиксированной точкой (запятой) и запись чисел с плавающей точкой (запятой).

Запись числа с фиксированной точкой производится как последовательность цифр, в которой целая и дробная части разделены запятой, **например**:

**123,210 ; - 34510 ; 0,6728 ; - 101,012**

При представлении чисел с фиксированной запятой в машинах разрядная сетка ячейки как бы делится на две части, одна часть служит для представления *целой* части, другая – для *дробной*. Для записи знака числа используется один разряд перед целой частью. Если число *положительное*, значение знакового разряда ***нуль***, если *отрицательное* – ***единица***. Количество разрядов, отводимое под целую и дробную части, для каждой машины строго определено.

В вычислительных машинах в числах с фиксированной запятой запятая фиксируется перед первым цифровым разрядом, т. е. сразу после знакового. Таким образом, все числа, которые вводятся в машину, и числа, которые получаются в процессе вычислений должны быть меньше единицы.

Если в результате вычислений получится число больше единицы, то старшие разряды перейдут в знаковый разряд и частично пропадут, т. е. произойдет переполнение разрядной сетки машины.

Чтобы этого не произошло необходимо своевременное масштабирование всех величин, т. е. должно происходить преобразование исходных данных, промежуточных величин и окончательных результатов.

Любое число с фиксированной точкой может быть представлено в *форме с плавающей точкой*. Для этого используется следующая запись:

**Q = ± m ⋅ N ±p** ,

Где **± m** – мантисса числа, **N** – основание системы счисления; **±p** – целое число, называемое порядком числа.

*Порядок числа показывает, на сколько цифр следует перевести запятую в мантиссе числа, чтобы* *получить запись числа в естественной форме*. При этом, если знак порядка **«+»**, то запятая переноситься **вправо**, если же **« - »**, то **влево**, т. е. в зависимости от знака порядка запятая перемещается то влево, то вправо – плавает, отсюда и название «плавающая» запятая.

**Примеры:**

Число 147,62 10 представить в форме с плавающей запятой.

147,62 = **14,762 ⋅ 10 1** или 147,62 = **0,14762 ⋅ 10 3** или 147,62 **= 14762 ⋅ 10 –2**

Двоичные числа представить в форме с плавающей запятой:

0,10101 = **1,0101 ⋅ 2 –1**

1011,1 = **1,0111 ⋅ 2 11**

10,010101 = **10010101 ⋅ 2 –110**

При записи чисел в форме с плавающей запятой основание системы и порядок записываются в той системе счисления, в которой представлено исходное число.

Если мантисса числа, представленного в форме с плавающей запятой, является величиной, удовлетворяющей неравенству

**1/N ≤ M < 1 ,**

то говорят, что число **нормализовано.**

**Примеры:**

Представить числа в нормализованной форме:

5,375 = **0,5375 ⋅ 10 +1**

0,00897 **= 0,897 ⋅ 10 –2**

1010 = **0,1010 ⋅ 2 100**

0,0001 = **0,1 ⋅ 2 –11**

1101,100111 ⋅ 2 –10 = **0,1101100111 ⋅ 2 -11**

Вычислительные машины в большинстве своем работают с нормализованными числами. В случае, если в результате выполнения тех или иных операций получаются ненормализованные числа, в машинах имеется возможность автоматически их нормализовать.

Арифметические действия над числами, представленными в форме с фиксированной и плавающей точкой (запятой).

Сложение и умножение чисел, представленных в форме фиксированной точкой, в машинах выполняется над числами, записанными прямым кодом. Знак произведения определяется путем сложения знаков сомножителей.

**Пример:**

Умножить два числа: а = 0,101; b = 0,11;

А пр = 0101; b пр = 011

0101⋅ 011 = 01111

01111 = 0,01111

***Сложение и вычитание двух нормализованных чисел выполняется так:***

* ***Выравниваются порядки чисел, между которыми будет выполняться действие, т. е. число с меньшим порядком денормализуется так, чтобы его порядок стал равен порядку большего числа;***
* ***Мантиссы чисел складываются или вычитаются по правилам для чисел, представленных в форме с фиксированной запятой;***
* ***К полученному результату приписывается порядок большего числа и результат нормализуется.***

**Примеры:**

1) 0,1110001 ⋅ 2 10 + 0,10101 ⋅ 2 11 = 0,01110001 ⋅ 2 11 + 0,10101 ⋅ 2 11 = 1,00011001 ⋅ 2 11 = 0,100011001 ⋅ 2 10

2) 0,101 ⋅ 2 –10 + 0,111 ⋅ 2 –100 = 0,101 ⋅ 2 –10 + 0,00111 ⋅ 2 –10 = 0,11011 ⋅ 2 -10

***Умножение двух нормализованных чисел выполняется так:***

* ***Порядки складываются по правилам сложения чисел с фиксированной запятой;***
* ***Мантиссы умножаются по правилам умножения чисел с фиксированной запятой;***
* ***Полученный порядок приписывается к полученному произведению и результат нормализуется.***

**Примеры:**

0,101 ⋅ 0,11 = 0,01111 = 0,1111 ⋅ 2 –1

0,11101 ⋅ 2 –11 🞪 0,11001101 ⋅ 2 –10 = 0,1011100111001 ⋅ 2 -101

***Ход работы***:

1. Изучить теоретический материал по теме.
2. Решить задания по вариантам (в конце работы).
3. Составить отчет-протокол. (В отчете должны быть следующие пункты: № лабораторной (практической) работы, тема, цель, оборудование, ход работы, вывод).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№ вар.*** | **Запишите числа в прямом, обратном и дополнительных кодах.** | | **Вычислите** | | |
| **1** | **2** | **5** | **6** | **7** |
| ***1*** | 1100110 | -111001 | 24-42 | 24-55 | 21-7 |
| ***2*** | 111001 | -10100 | 35-44 | 35-58 | 37-11 |
| ***3*** | 1100011 | -1111 | 18-24 | 18-94 | 19-66 |
| ***4*** | 111000 | -10111 | 23-45 | 23-88 | 26-35 |
| ***5*** | 1000101 | -100001 | 44-25 | 44-68 | 48-21 |
| ***6*** | 1111001 | -101111 | 23-16 | 23-45 | 27-56 |
| ***7*** | 1111101 | -10000 | 24-19 | 24-46 | 29-65 |
| ***8*** | 1100110 | -110001 | 26-20 | 26-47 | 24-67 |
| ***9*** | 1101101 | -101011 | 27-22 | 27-48 | 26-68 |
| ***10*** | 1100110 | -1100110 | 28-21 | 28-49 | 29-69 |
| ***11*** | 1100110 | -1111 | 29-19 | 29-44 | 23-61 |
| ***12*** | 1111101 | -10111 | 32-18 | 32-43 | 34-63 |
| ***13*** | 1010111 | -1011010 | 33-17 | 33-51 | 35-64 |
| ***14*** | 1011111 | -10001 | 34-12 | 33-53 | 39-71 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№ вар.*** | **Запишите числа в нормальном виде** | | | | **Вычислите:**  **Сложение (вычитание): а) 5+7; б) 6-8.**  **Умножение: а) 5\*10; б) 6\*9.** | | | | | |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| ***1*** | 45,26 | -245,06 | 111,001 | -110,11 | 0,11010\*211 | 0,1101\*21000 | 0,11001\*2-100 | 0,10101\*211 | 0,1101\*2-111 | 0,111\*210 |
| ***2*** | 856,256 | -468,92 | 11011,001 | -10,111 | 0,1001\*210 | 0,0111\*21001 | 0,10101\*2-101 | 0,11101\*2100 | 0,1001\*2-111 | 0,10101\*211 |
| ***3*** | 78,63 | -456,3 | 1101,01 | -1101,1 | 0,1111\*2100 | 0,1101\*21100 | 0,1101\*2-101 | 0,11\*2100 | 0,11101\*2-100 | 0,10101\*211 |
| ***4*** | 456,9 | -879,23 | 111,01 | -11111 | 0,1101\*210 | 0,1001\*21000 | 0,01101\*2-100 | 0,1011\*2100 | 0,11101\*2-100 | 0,1101\*211 |
| ***5*** | 45689 | -0,0565 | 11111,01 | -1010,1 | 0,1101\*211 | 0,1101\*21011 | 0,1101\*2-111 | 0,1011\*2100 | 0,1111\*2-100 | 0,1101\*210 |
| ***6*** | 45,368 | -58936 | 111111 | -1010,01 | 0,1001\*210 | 0,1101\*21010 | 0,1111\*2-101 | 0,11\*2100 | 0,11011\*2-101 | 0,1101\*210 |
| ***7*** | 96325 | -0,0634 | 11011,11 | -10100,1 | 0,1101\*211 | 0,1101\*21000 | 0,1101\*2-100 | 0,10012100 | 0,11101\*2-100 | 0,1101\*211 |
| ***8*** | 0,09632 | -0,0003 | 0,00111 | -0,00001 | 0,11101\*210 | 0,1101\*21010 | 0,11001\*2-101 | 0,1101\*2100 | 0,1101\*2-110 | 0,10101\*211 |
| ***9*** | 0,00008 | -25689 | 0,000011 | -101110 | 0,11001\*211 | 0,1101\*21011 | 0,1101\*2-100 | 0,1101\*2100 | 0,1111\*2-111 | 0,11001\*210 |
| ***10*** | 0,00589 | -25687 | 0,0000111 | -101101 | 0,1101\*210 | 0,1001\*21001 | 0,10101\*2-101 | 0,11011\*2100 | 0,11101\*2-101 | 0,11011\*211 |
| ***11*** | 5698212 | -256,23 | 0,00011 | -111011 | 0,11101\*211 | 0,1101\*21000 | 0,1101\*2-111 | 0,10101\*2100 | 0,1101\*2-111 | 0,1011\*210 |
| ***12*** | 256987 | -4568,2 | 0,00111 | -1101,01 | 0,1101\*211 | 0,1101\*21010 | 0,11101\*2-100 | 0,11001\*2100 | 0,11011\*2-101 | 0,1101\*211 |
| ***13*** | 1230,25 | -5698,3 | 0,00101 | -1111,01 | 0,1101\*210 | 0,1101\*21101 | 0,11011\*2-101 | 0,111101\*2100 | 0,10101\*2-100 | 0,10101\*210 |
| ***14*** | 124568 | -7892,2 | 1111,011 | -111111 | 0,10101\*211 | 0,1011\*21000 | 0,1101\*2-100 | 0,11011\*2100 | 0,11011\*2-101 | 0,11101\*211 |